родных жидкостей с различными плотностями. В настоящей работе даны решения этих задач.

Краевая задача сопряжения для потенциалов течений сводится к линейному сингулярному интегро-дифференциальному уравнению с ядром типа Коши. Его решение находится методом Винера-Хопфа.

На основе анализа решений показано, что в поперечном поле силы тяжести на границе контакта струй возникают возмущения, переходящие при $x \to \infty$ в периодическую структуру типа $y = A\sin(2\pi x/\lambda + \epsilon)$ с определенной длиной волны λ. Волны имеют место при любом числе Фруда $F = U^2/gH$, где U — скорость точки контакта, H — ширина струи. С ростом числа Фруда λ увеличивается.

При учете поверхностного натяжения капиллярные волны такой же структуры при $x \to \infty$, как и в случае гравитационных волн, имеют место при условии, что поверхностное натяжение T не превосходит некоторой определенной величины T_0, зависящей от плотности сред, U и H. Длина волны с уменьшением T уменьшается.

Работа поддержана программой "Университеты России" (проект 551).

ЛИТЕРАТУРА

1. Deribas A., Godunov S., Zabrodin A., Kozin N. *Hydrodinamic effects in colling solids*// J. Comput. Phys. - 1970. - V. 5. - No 3.

2. Годунов С. К., Дерибас А. А. *Волнообразование при сварке взрывом*// Некоторые вопросы математики и механики: К семидесятилетию М.А.Лаврентьева. - М.: Наука, 1970.

3. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. *Проблемы гидродинамики и их математические модели.* - М.: Наука, 1973. - 416 с.

Р. Т. Валеева (Казань)

ОБ ОБРАЩЕНИИ ОДНОГО СЛАБОСИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

В терминах теории рядов Фурье по полиномам Чебышева первого рода $T_r(t) = \cos \arccos t$ $(r+1 \in \mathbb{N}, -1 \leq t \leq 1)$ строится решение двумерного интегрального уравнения

$$A(\varphi;t,\tau)=\frac{1}{\pi^2}\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\frac{\ln|\xi-t|\ln|\eta-\tau|}{\sqrt{(1-\xi^2)(1-\eta^2)}}\varphi(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta=f(t,\tau),$$

где $-1\le t,\tau,\xi,\eta\le 1$, $f(t,\tau)$ — известная, а $\varphi(\xi,\eta)$ — искомая функции.

Пусть $\Phi=L_2(\rho;[-1,1]^2)$ с весом $\rho=\rho(\xi,\eta)=(1-\xi^2)^{-\frac12}\cdot(1-\eta^2)^{-\frac12}$ и с обычной нормой. Обозначим через $F=\widetilde{W}_2^1(\sigma;[-1,1]^2)$, $\sigma=\sigma(t,\tau)=(1-t^2)^{\frac12}\cdot(1-\tau^2)^{\frac12}$, множество таких функций $f(t,\tau)$ из $C([-1,1]^2)$, что существуют обобщенные производные по Соболеву f'_t, f'_τ, $f''_{t\tau}\in L_2(\sigma;[-1,1]^2)$.

С помощью соответствующих результатов [1, 2] доказывается

Теорема. *Пусть* $\Phi=L_2(\rho;[-1,1]^2)$, *а* $F=\widetilde{W}_2^1(\sigma;[-1,1]^2)$ *с любой нормой, при которой это пространство является полным. Тогда оператор* $A:\Phi\to F$ *непрерывно обратим и для обратного оператора* $A^{-1}:F\to\Phi$ *справедливо представление*

$$A^{-1}(f;t;\tau)=\frac{c_{00}(f)}{4\ln^2 2}-\frac{1}{2\ln 2}\sum_{k=1}^{\infty}kc_{k0}(f)T_k(t)-$$

$$-\frac{1}{2\ln 2}\sum_{j=1}^{\infty}jc_{0j}(f)T_j(\tau)+\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}kjc_{kj}(f)T_k(t)T_j(\tau),$$

где $t\in[-1,1]$, $\tau\in[-1,1]$, *а*

$$c_{kj}=\frac{4}{\pi^2}\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\frac{f(t,\tau)T_k(t)T_j(\tau)}{\sqrt{(1-t^2)(1-\tau^2)}}\,dt\,d\tau$$

— *коэффициенты Фурье–Чебышева в двумерном случае.*

Эта теорема позволяет перенести некоторые результаты работы [2] на двумерные полные слабо сингулярные интегральные уравнения первого рода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Габдулхаев Б. Г. *Прямые методы решения сингулярных интегральных уравнений первого рода.* – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1994. – 288 с.

2. Валеева Р. Т. *Аппроксимативные методы решения сингулярных интегральных уравнений первого рода:* Дисс... канд. физ.-мат. наук. - Казань, 1995. - 108 с.

Р. Т. Валеева (Казань)

СПЛАЙН-ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД ГАЛЕРКИНА

Исследуется сплайн-тригонометрический метод Галеркина решения двумерного слабосингулярного интегрального уравнения

$$(Ax)(s,\sigma) = \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \ln\left|\sin\frac{\xi - s}{2}\right| \ln\left|\sin\frac{\eta-\sigma}{2}\right| x(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta +$$

$$+\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} h(s,\sigma;\xi,\eta)x(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta = y(s,\sigma), \qquad (1)$$

где $h(s,\sigma;\xi,\eta)$ и $y(s,\sigma)$ — данные непрерывные 2π-периодические функции, а $x(s,\sigma)$ — искомая функция, отыскиваемая в пространстве $L_2\left([0,2\pi]^2\right)$. Согласно этому методу приближенное решение уравнения (1) ищется в виде двумерного сплайна

$$x_{n,m}(s,\sigma) = \sum_{k=-n}^{n}\sum_{j=-m}^{m} \alpha_{kj}\varphi_{kn}(s)\varphi_{jm}(\sigma), \quad n+1 \in \mathbb{N}, \quad m+1 \in \mathbb{N}, \qquad (2)$$

где $\varphi_{kn}(s)$ и $\varphi_{jm}(\sigma)$ суть 2π-периодические фундаментальные сплайны первой степени по системам узлов соответственно

$$s_{kn} = \frac{2k\pi}{2n+1}, \quad k = \overline{-n,n}; \quad \sigma_{jm} = \frac{2j\pi}{2m+1}, \quad j = \overline{-m,m}. \qquad (3)$$

Неизвестные коэффициенты α_{kj} ($k = \overline{-n,n}$, $j = \overline{-m,m}$) определяются из системы линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{k=-n}^{n}\sum_{j=-m}^{m} \alpha_{kj}c_{rl}(A\varphi_{kn}\varphi_{jm}) = c_{rl}(y), \quad r = \overline{-n,n}, \quad l = \overline{-m,m}, \qquad (4)$$